

**SRD**

sciences du risque et du danger

collection dirigée par Franck Guarnieri

directeur du Centre de recherche sur les Risques et les Crises (CRC), Mines ParisTech / ARMINES

série **Références**

# Introduction à l'analyse probabiliste des risques industriels

Henri Procaccia

*Editions*  
**TEC**  
& **DOC**

*Lavoisier*



# *Introduction à l'analyse probabiliste des risques industriels*

**Henri Procaccia**

Directeur et membre d'honneur

de l'*European Safety and Reliability Data Association* (ESReDA)

Membre de l'Institut

pour la maîtrise des risques et la sûreté de fonctionnement (ImdR-SdF)



11, rue Lavoisier  
F-75008 Paris

## Dans la même collection

*Analyse des défaillances en santé et sécurité du travail – La méthode Tripod*

série « Notes de synthèse et de recherche »

J. Cambon, F. Guarnieri, 2008

*La catastrophe AZF – L'apport des sciences humaines et sociales*

série « Références »

G. de Terssac, I. Gaillard, coord., 2008

*Maîtrise des risques et sûreté de fonctionnement – Repères historiques et méthodologiques*

série « Notes de synthèse et de recherche »

A. Lannoy, 2008

*Retour d'expérience et prévention des risques – Principes et méthodes*

série « Notes de synthèse et de recherche »

W. Van Wassenhove, E. Garbolino, 2008

*La défense en profondeur – Contribution de la sûreté nucléaire à la sécurité industrielle*

série « Notes de synthèse et de recherche »

E. Garbolino, 2007

## Chez le même éditeur

*Risques industriels – Complexité, incertitude et décision : une approche interdisciplinaire*

collection « EDF R&D »

L. Magne, D. Vasseur, coord., 2006

*Évaluation de la fiabilité prévisionnelle*

A. Lannoy, H. Procaccia, 2006

*Ingénierie de la fiabilité*

P. Lyonnet, 2006

*Évaluation et maîtrise du vieillissement industriel*

collection « EDF R&D »

A. Lannoy, H. Procaccia, 2005



© LAVOISIER, 2009

ISBN : 978-2-7430-1100-7

ISSN : 1962-6045

Crédit photographique : Olivier Procaccia

Toute reproduction ou représentation intégrale ou partielle, par quelque procédé que ce soit, des pages publiées dans le présent ouvrage, faite sans autorisation de l'éditeur ou du Centre français d'exploitation du droit de copie (20, rue des Grands-Augustins – 75006 Paris), est illicite et constitue une contrefaçon. Seules sont autorisées, d'une part, les reproductions réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective, d'autre part les analyses et courtes citations justifiées dans le caractère scientifique ou d'information de l'œuvre dans laquelle elles sont incorporées (Loi du 1<sup>er</sup> juillet 1992 – art. L. 122-4 et L. 122-5 et Code pénal art. 425).

# Préface

Il y a quelque temps eut lieu une discussion animée lors d'une réunion à l'Institut de maîtrise des risques. Lorsqu'un document est publié, lorsqu'une manifestation est organisée, faut-il oui ou non le (la) réserver à un public de spécialistes (chercheurs, ingénieurs en analyse de risque ou sûreté de fonctionnement, utilisateurs de méthodes...) ou faut-il, au contraire, rendre le document, la manifestation accessible au plus grand nombre, y compris aux débutants ?

La conclusion de cette discussion fut sans équivoque aucune, unanime : il faut faire en sorte que ce soit destiné à tout public, au débutant comme à l'expert. D'ailleurs, le rôle du chercheur n'est-il pas aussi un rôle de sensibilisation et de formation, finalement aussi un rôle d'enseignant ? N'a-t-il pas intérêt à faire connaître et à diffuser ses travaux au plus grand nombre ? Exprimer son point de vue en langage compréhensible par tous ne fait-il pas partie de son travail de chercheur ?

En d'autres termes, il faut vulgariser, mot français que je n'aime pas beaucoup, auquel je préfère le mot anglais *popularization* (*to make easily understandable to ordinary people by a simple explanation*), que l'on pourrait d'ailleurs utiliser puisqu'il vient du latin *popularis*.

Ce livre « d'introduction aux démarches fréquentielle et bayésienne », plaisant à lire, clair, a été rédigé par Henri Procaccia avec la volonté d'expliquer et de développer des applications pratiques. Le débutant y trouvera réponse à ses questions pratiques tant du point de vue de la méthodologie que de l'exemple d'application. Le chercheur y trouvera les problèmes industriels, les hypothèses sous-jacentes, la manière avec laquelle ces derniers sont actuellement résolus, la possibilité pour lui d'aller plus loin, de développer de nouvelles approches et d'innover. C'est manifestement un ouvrage de vulgarisation scientifique, qui répond à trois préoccupations :

- transposer à l'usage de tous les connaissances sur les méthodes bayésiennes, élaborées par quelques-uns ;
- communiquer le savoir, afin qu'il devienne savoir de la communauté des analystes de risque et des fiabilistes ;
- mettre en œuvre la démarche bayésienne (encore trop peu utilisée) sur des exemples industriels et montrer ainsi son intérêt.

Pourquoi donc s'intéresser aux méthodes bayésiennes ?

Tout au long des cycles de vie des matériels, que ce soit en conception ou en exploitation, les analystes de risque et les fiabilistes traquent la défaillance, l'incident, le dysfonctionnement, anticipent, prévoient, imaginent des parades, optimisent la conception ou la maintenance préventive, afin de diminuer la probabilité d'un événement fâcheux, d'une défaillance, ou de tout dysfonctionnement. Le résultat est que le retour d'expérience négatif (les événements critiques, les défaillances) est de moins en moins abondant, privant les analystes de risque et les fiabilistes de données précieuses pour leurs études. En corollaire de ce très faible nombre de données complètes, on dispose bien souvent d'un retour d'expérience positif abondant : les données censurées, les bons fonctionnements, les données incomplètes. On dispose aussi, généralement, d'autres données précieuses, comme les expertises, qui nous viennent de l'expérience de conception, de construction, d'exploitation, de conduite, de sûreté ou de maintenance. Cette évolution vers le zéro défaut, le risque zéro, inéluctablement nous conduit de plus en plus à traiter des problèmes où les dysfonctionnements, les données complètes sont rares et où il faut intégrer d'autres formes de connaissances. La démarche bayésienne est bien adaptée à la prise en compte de connaissances multiples.

On trouve dans l'ouvrage un grand nombre de problèmes industriels résolus, les méthodes à utiliser, la manipulation des données d'entrée que ce soit l'utilisation du retour d'expérience ou l'élicitation de l'expertise, les calculs réalisés, l'interprétation des résultats. On peut citer, sans être exhaustif, l'élaboration de données de sûreté de fonctionnement, leur actualisation, leur individualisation, l'agrégation d'expertises, la prise en compte de différentes formes d'information, des applications relatives à la sûreté et à l'optimisation de la maintenance, l'estimation de l'efficacité de la maintenance, l'estimation d'une fiabilité prévisionnelle.

La démarche bayésienne est donc réellement le futur des analyses quantitatives en maîtrise des risques et en sûreté de fonctionnement. Dans quelques années, on ne pourra plus faire une étude quantitative de maîtrise des risques ou de sûreté de fonctionnement sans y recourir. Les fiabilistes du facteur humain pourraient être eux aussi utilisateurs de cette démarche dans un proche avenir.

Henri Procaccia l'a compris, ce depuis plusieurs années. Il a la volonté de « populariser » cette démarche, de faire en sorte qu'elle soit plus utilisée, plus acceptée par tous, notamment par le monde industriel et les autorités administratives, qu'elle soit plus enseignée dans les formations de maîtrise des risques, de qualité, de sûreté de fonctionnement.

L'enseignant trouvera dans cet ouvrage un support de cours avec exemples industriels, l'ingénieur y trouvera solution à ces problèmes car Henri Procaccia, compte tenu de son expérience professionnelle, a traité les problèmes les plus courants, notamment de conception, de sûreté et de maintenance, qui se posent dans l'industrie. Le curieux trouvera réponse à ses questions méthodologiques ou applicatives. L'étudiant profitera amplement de la fonction pédagogique de l'ouvrage.

Nul doute que ce livre connaîtra le succès. Il répond à un manque dans la documentation actuelle de la maîtrise des risques et de la sûreté de fonctionnement.

*André Lannoy*  
Institut pour la maîtrise des risques  
mars 2008

# *Remerciements*

Je tiens à remercier chaleureusement André Lannoy, vice-président de l'Institut pour la maîtrise des risques, membre d'honneur de l'Association ESReDA, qui non seulement a écrit la préface de ce livre, mais qui a aussi accepté d'en effectuer une relecture très attentive et très constructive.

André a été à l'origine de cet ouvrage souhaitant une plus grande ouverture de la démarche de sûreté vers un public peu averti dans le domaine de la statistique. Je le remercie de ses remarques pleines de bon sens et des conseils et suggestions qu'il m'a prodigués afin que ce livre mette bien en évidence les difficultés de la démarche probabiliste et les façons de les résoudre, tout en restant abordable pour le néophyte.



# Avertissement

L'analyse probabiliste des risques industriels a été essentiellement réalisée par la démarche fréquentielle jusqu'à présent. Cette démarche utilise le retour d'expérience passé pour « prévoir » l'occurrence d'un événement indésirable à l'avenir, afin de mettre en place une série de barrières susceptibles de contenir les conséquences de cet événement.

La démarche bayésienne permet tout simplement de fusionner plusieurs sources d'information.

Dans l'analyse du risque industriel, ces informations proviennent généralement de l'expertise et du retour d'expérience. C'est une démarche rigoureuse sur le plan mathématique. L'expertise représente généralement les connaissances initiales (*a priori*) disponibles avant le recueil des observations du retour d'expérience. Ces dernières représentent la fonction de **vraisemblance** conditionnelle des observations. La fusion de ces deux types de connaissances, grâce à l'application du théorème de Bayes, permet d'obtenir une connaissance *a posteriori* plus riche et moins incertaine.

La démarche statistique fréquentielle conventionnelle, qui a été la plus souvent utilisée en sûreté de fonctionnement, n'utilise donc qu'une seule source d'information : le retour d'expérience.

Ceci est bien dommage compte tenu de l'intérêt de l'expertise lorsque les observations objectives de ce retour d'expérience sont rares, ou fortement censurées (constat d'un nombre élevé de matériels survivants parmi quelques défaillances), ou lorsque ces observations ne sont pas représentatives de l'avenir car les matériels subissent des modifications de conception, de fonctionnement ou de maintenance.

On démontre d'autre part dans cet ouvrage que les résultats de la démarche fréquentielle dépendent de la procédure d'essai qui a généré les observations que l'on a recueillies. La conséquence est que, lorsque l'on observe les mêmes nombres d'événements sur un matériel avec des procédures d'essai différentes, on obtient des résultats différents pour les indicateurs de fiabilité relatifs à ce matériel comme son taux de défaillance et son intervalle de confiance.

En pratique, l'analyste « fréquentiel » ne tient pas compte de cette différence, par simplification du problème mathématique : ce faisant, il utilise en fait la démarche bayésienne et bien souvent sans le savoir. Il utilise en effet une information *a priori*

dite « non informative » qu'il associe aux observations objectives : dans ces conditions, l'information *a priori* laisse tout le pouvoir de prévision aux observations du retour d'expérience. C'est seulement avec cette hypothèse que la démarche fréquentielle devient rigoureuse, comme on le démontre dans ce livre. La démarche fréquentielle n'est donc qu'un cas particulier de la démarche bayésienne, mais dans ce cas on ne maîtrise pas l'information *a priori*, et on néglige tout le bénéfice que pourrait apporter l'expertise.

Par contre, les calculs sont simplifiés dans la démarche fréquentielle puisque l'estimateur probabiliste recherché a une valeur fixe inconnue que l'on souhaite déterminer. Les opérations sur les nombres sont simples tant que l'estimateur est constant. Toutefois, si cet estimateur varie avec le temps par exemple, on aura nécessairement besoin d'un algorithme de calcul numérique, en général itératif, pour l'évaluer.

Les calculs semblent bien plus compliqués avec la démarche bayésienne, puisque l'estimateur recherché est considéré comme une variable aléatoire décrite par une fonction de densité de probabilité.

On va donc devoir effectuer le produit de deux densités pour joindre la densité *a priori* et la fonction de vraisemblance afin de déterminer la densité *a posteriori* de l'estimateur recherché. L'espérance de cette dernière densité sera alors représentative de cet estimateur.

C'est essentiellement cet aspect du problème bayésien qui rebute le néophyte. Comme on peut le constater dans ce livre, les expressions mathématiques définissant les estimateurs probabilistes bayésien de la sûreté de fonctionnement sont longues et *semblent* complexes. Dès lors que chaque nombre fréquentiel est remplacé par une densité on obtient des expressions mathématiques bien plus importantes (en taille), mais en fait pas plus compliquées si on sait différencier les densités utilisées.

Comme pour la démarche fréquentielle, le problème se simplifie énormément si l'on a affaire à des estimateurs probabilistes constants. On a en effet une grande latitude de choix pour définir une densité *a priori* : on va utiliser dans ce cas des densités particulières *conjuguées* (appartenant à une même famille mathématique) à la fonction de vraisemblance des observations du retour d'expérience. Le produit de deux densités conjuguées va déterminer la densité *a posteriori* qui appartient à la même famille que les précédentes. Les paramètres de la densité *a posteriori* sont tout simplement la somme des paramètres de la densité *a priori* et de ceux de la fonction de vraisemblance. Cela veut dire que, dans la démarche bayésienne, lorsque les paramètres de fiabilité sont constants, les seules opérations à effectuer sont de simples additions et, éventuellement, des multiplications lorsqu'il s'agira de pondérer une source d'information par rapport à une autre.

L'expression mathématique semble toujours aussi complexe mais les calculs sont très simples.

Tout se complique lorsque les paramètres de fiabilité varient (avec le temps ou le nombre de sollicitations subies), mais le problème n'est pas plus complexe que pour la démarche fréquentielle. L'utilisation d'un logiciel s'impose dans les deux cas.

On donne en annexe les principaux algorithmes de calcul utilisés dans les logiciels bayésiens pour ceux qui souhaiteraient développer leur propre outil de calcul.

Nous espérons que ce livre démythifiera l'approche probabiliste bayésienne et que le lecteur ne s'effraiera pas des expressions mathématiques qu'elle impose puisque l'on raisonne sur des densités de probabilité et non plus sur des nombres. Les densités à connaître sont peu nombreuses et elles sont rappelées au chapitre 2.

Enfin, tous les résultats présentés ici sont démontrés en utilisant des connaissances mathématiques du niveau du baccalauréat, et en rappelant à chaque fois pour ceux qui les ont oubliées les relations fondamentales.

En revanche, celui qui sera uniquement intéressé par l'utilisation pratique de la démarche bayésienne pourra éviter toutes les démonstrations et utiliser directement les formules relatives aux résultats obtenus, illustrées par de nombreux exemples.



# Table des matières

Préface . . . . .	III
Remerciements . . . . .	V
Avertissement . . . . .	VII
Notations . . . . .	XVII

## Chapitre 1

### Généralités

1. Introduction . . . . .	1
2. Les éléments fondamentaux communs aux deux démarches. . . . .	2
2.1. Définitions. . . . .	2
2.2. Fiabilité des matériels et systèmes . . . . .	4
2.3. Les essais de fiabilité, le retour d'expérience . . . . .	5
2.4. Les modèles statistiques de fiabilité . . . . .	7
2.5. La démarche décisionnelle bayésienne . . . . .	10

## Chapitre 2

### L'estimation – Les modèles statistiques fréquentiels et bayésiens

1. Les difficultés de l'estimation . . . . .	11
1.1. Les estimateurs utilisés en pratique . . . . .	13
1.2. Les principales propriétés des estimateurs . . . . .	15
2. Les méthodes d'estimation. . . . .	17
3. Les principales distributions statistiques . . . . .	17
3.1. La loi exponentielle. . . . .	18
3.2. La distribution gamma . . . . .	20
3.3. La loi de Weibull à deux et à trois paramètres . . . . .	22
3.4. La distribution binomiale . . . . .	25
3.5. La distribution bêta . . . . .	27
3.6. La loi de Fisher-Snedecor . . . . .	29
3.7. La distribution normale. . . . .	30
3.8. La distribution du Chi deux . . . . .	34
3.9. La distribution log normale (ou loi de Galton) . . . . .	35

3.10. La distribution de Student (Student-Fisher) . . . . .	38
3.11. La distribution uniforme . . . . .	40

### Chapitre 3

#### L'estimateur ponctuel du maximum de vraisemblance et l'estimation par intervalle – Les difficultés liées à la démarche fréquentielle

1. L'estimateur du maximum de vraisemblance (EMV) dans un cadre exponentiel . . . . .	43
1.1. Estimateur fréquentiel et estimateur bayésien . . . . .	44
1.2. Propriétés de l'estimateur du maximum de vraisemblance (EMV) . . . . .	51
1.3. Influence du plan d'échantillonnage . . . . .	51
1.3.1. Essais censurés de type II . . . . .	51
1.3.2. Essais censurés de type I . . . . .	52
1.3.3. Plan d'échantillonnage des données de Retour d'Expérience (REX) . . . . .	53
2. L'estimateur du maximum de vraisemblance d'une probabilité de défaillance à la sollicitation de type binomial . . . . .	53
2.1. Calcul de l'estimateur . . . . .	53
2.2. Influence du plan d'échantillonnage . . . . .	54
2.2.1. Essais de type I . . . . .	54
2.2.2. Essais de type II . . . . .	54
3. L'estimateur du maximum de vraisemblance d'une loi de Weibull . . . . .	55
4. L'estimation par intervalle – Mesure de l'incertitude associée à un estimateur . . . . .	57
4.1. Intervalle de confiance bilatéral d'un temps ou d'un taux de défaillance . . . . .	58
4.1.1. Essais de type II . . . . .	58
4.1.2. Essais de type I . . . . .	60
4.2. Intervalle de confiance unilatéral . . . . .	61
4.3. Intervalle de confiance d'une probabilité de défaillance à la sollicitation <sup>63</sup> . . . . .	
4.4. Les effets de la maintenance . . . . .	64
4.5. Difficultés et limites de la démarche fréquentielle . . . . .	64

### Chapitre 4

#### La démarche bayésienne

1. Le principe des probabilités subjectives . . . . .	67
2. La démarche historique – Le traité du révérend Thomas Bayes . . . . .	69
2.1. Discussion : comment « bâtir » la loi <i>a priori</i> . . . . .	74
2.2. Exemple 1 . . . . .	75
2.3. Exemple 2 : détermination des paramètres de la loi <i>a priori</i> pour un taux de défaillance . . . . .	76
3. Le théorème de Bayes . . . . .	77
3.1. Cas des événements discrets . . . . .	77
3.2. Cas de variables continues . . . . .	79
3.2.1. Intérêt de la démarche bayésienne . . . . .	81
3.2.2. Les difficultés de la démarche bayésienne . . . . .	83
3.2.3. Quantité d'information apportée par une distribution statistique – Information de Fisher <sup>86</sup> . . . . .	
3.2.4. La règle de Jeffreys . . . . .	87
3.2.5. Les distributions conjuguées . . . . .	89
3.2.6. Recommandations pour le choix de la loi <i>a priori</i> . . . . .	91
3.2.7. Le recueil et la modélisation de l'expertise . . . . .	92

Chapitre 5

**Paramètres de fiabilité constants  
– La modélisation de l’expertise**

1. Introduction ..... 95

2. Modélisation des expertises ..... 95

    2.1. Expertises peu informatives ..... 96

        2.1.1. Densités *a priori* « non informatives » de Jeffreys  
            – Lien entre estimateurs fréquentiel et bayésien ..... 96

        2.1.2. Modélisation *a priori* de valeurs moyennes non informatives ..... 100

        2.1.3. Loi *a priori* non informative uniforme [0, 1]  
            – Expertises de type binaire mutuellement exclusives ..... 102

        2.1.4. Densité *a priori* uniforme bornée « peu » informative ..... 111

    2.2. Expertises informatives ..... 112

        2.2.1. Élicitation et modélisation d’expertises censurées ..... 112

        2.2.2. Expertises *a priori* conjuguées au retour d’expérience ..... 116

        2.2.3. Expertise sur l’espérance d’un estimateur fiabiliste  
            – Lois normale-lognormale ..... 117

    2.3. Modélisation de l’estimation de l’efficacité d’une action de maintenance ..... 126

Chapitre 6

**Évaluation bayésienne d’un taux ou d’un temps de défaillance**

1. Introduction ..... 129

2. Connaissances *a priori* non informatives sur un taux ou un temps de défaillance ..... 130

    2.1. Densité *a priori* de Jeffreys ..... 130

        2.1.1. Évaluation bayésienne d’un taux de défaillance ..... 130

        2.1.2. Évaluation bayésienne d’un temps de défaillance ..... 132

    2.2. Densité *a priori* uniforme bornée ..... 132

        2.2.1. Évaluation d’un taux de défaillance ..... 132

        2.2.2. Évaluation d’un temps de défaillance ..... 138

3. Connaissances *a priori* informatives – Taux et temps de défaillance ..... 140

    3.1. Modélisation d’une densité *a priori* gamma ..... 140

        3.1.1. Taux de défaillance ..... 140

        3.1.2. Temps moyen de défaillance ..... 141

        3.1.3. Élicitation de l’expertise ..... 141

        3.1.4. Modélisation de l’expertise ..... 142

    3.2. Fonction de vraisemblance ..... 145

    3.3. Densité de probabilité et paramètres de fiabilité *a posteriori* ..... 145

        3.3.1. Taux de défaillance – Espérance et variance ..... 145

        3.3.2. Taux de défaillance – Intervalle de crédibilité *a posteriori* ..... 146

        3.3.3. Temps de défaillance ..... 149

Chapitre 7

**Évaluation bayésienne d’une probabilité de défaillance à la sollicitation**

1. Introduction ..... 151

2. Lois *a priori* non informatives ..... 153

    2.1. Loi *a priori* non informative de Jeffreys – Loi non informative de Lhoste ..... 153

        2.1.1. Densité *a priori* ..... 153

        2.1.2. Densité *a posteriori* ..... 154

2.2. Densité <i>a priori</i> uniforme tronquée peu informative . . . . .	158
2.2.1. Densité <i>a priori</i> « peu » informative . . . . .	158
2.2.2. Retour d'expérience binomial . . . . .	158
2.2.3. Densité <i>a posteriori</i> . . . . .	158
3. Loi <i>a priori</i> informative . . . . .	162
3.1. Élicitation et modélisation de la loi <i>a priori</i> . . . . .	162
3.2. Retour d'expérience et fonction de vraisemblance . . . . .	164
3.3. Densité de probabilité <i>a posteriori</i> . . . . .	164

## Chapitre 8

### Paramètres de fiabilité variables avec le temps

1. Introduction . . . . .	169
2. Démarche fréquentielle . . . . .	170
2.1. Matériels non réparables et matériels réparables . . . . .	170
2.2. Détermination des paramètres de la loi de Weibull – Méthode de régression . . . . .	171
2.2.1. Régression sur l'axe des $y$ – Méthode des rangs médians . . . . .	172
2.2.2. Régression sur l'axe des $x$ . . . . .	177
2.2.3. Différents modes de défaillance – Risque compétitif et modèle BiWeibull . . . . .	178
2.2.4. Facteur de réduction de biais RBA . . . . .	181
2.3. Méthode du maximum de vraisemblance (EMV) . . . . .	182
2.3.1. Détermination analytique des paramètres de la loi de Weibull . . . . .	182
2.3.2. Intervalle de confiance sur les paramètres de la loi de Weibull et la fiabilité . . . . .	184
2.4. La méthode <i>stochastic expectation maximisation</i> (SEM) . . . . .	185
2.5. Comparaison des méthodes d'évaluation des paramètres de la loi de Weibull et des résultats obtenus par différents logiciels . . . . .	188
3. Démarche bayésienne . . . . .	189
3.1. Détermination bayésienne du paramètre d'échelle lorsque le paramètre de forme $\beta$ est connu . . . . .	190
3.1.1. Évaluation du paramètre d'échelle à partir d'une densité <i>a priori</i> uniforme bornée, peu informative . . . . .	190
3.1.2. Détermination du paramètre d'échelle et du temps moyen de défaillance à partir d'une densité <i>a priori</i> non informative de Jeffreys . . . . .	195
3.1.3. Détermination du paramètre d'échelle à partir d'une densité <i>a priori</i> gamma informative . . . . .	198
3.2. Détermination bayésienne des paramètres de la loi de Weibull lorsque les paramètres de forme $\beta$ et d'échelle $\eta$ sont inconnus . . . . .	200
3.2.1. Introduction . . . . .	200
3.2.2. Élicitation et modélisation de l'expertise <i>a priori</i> . . . . .	201
3.2.3. Fonction de vraisemblance . . . . .	208
3.2.4. Pondération entre connaissance <i>a priori</i> et vraisemblance . . . . .	209
3.2.5. Densités <i>a posteriori</i> des paramètres de la loi de Weibull . . . . .	210
3.2.6. Calculs complémentaires . . . . .	212
3.2.7. Comparaison entre logiciels bayésiens . . . . .	216
4. Modèle bayésien multiphases de la loi de Weibull à quatre paramètres (BiWeibull) . . . . .	218
4.1. Exemple – Évaluation des phases de rajeunissement et de vieillissement d'un matériel . . . . .	219
4.1.1. Retour d'expérience . . . . .	219
4.1.2. Expertise <i>a priori</i> . . . . .	221
4.1.3. Résultats <i>a posteriori</i> . . . . .	222
4.1.4. Densité mixte <i>a posteriori</i> . . . . .	224

4.1.5. Taux de défaillance mixte. . . . .	225
4.1.6. Temps d'initiation du vieillissement . . . . .	226
4.2. Fiabilité globale. . . . .	226
5. Matériels réparables – Impact de la maintenance sur des matériels réparables. . . . .	227
5.1. Maintenance minimale (ABAO) – Lois puissance (Crow-Amsaa, Weibull) . . . . .	227
5.1.1. Estimation des paramètres de la loi de Crow AMSAA par la méthode du maximum de vraisemblance . . . . .	230
5.1.2. Détermination graphique . . . . .	230
5.1.3. Estimation dans le cas d'un système de $k$ matériels. . . . .	232
5.1.4. Estimation des paramètres du modèle de Weibull . . . . .	233
5.2. Maintenance parfaite – Processus de renouvellement (AGAN, RP, <i>renewal process</i> ). . . . .	235
5.2.1. Le modèle de processus de renouvellement . . . . .	235
5.2.2. Détermination du nombre espéré de défaillances – Estimateurs du maximum de vraisemblance des paramètres de la loi de Weibull. . . . .	236
5.2.3. Simulation de Monte Carlo . . . . .	236
5.3. Les processus généralisés de renouvellement (GRP) à réduction arithmétique d'âge (ARA) et à réduction d'intensité de défaillance (ARI) . . . . .	238
5.3.1. Le modèle GRP 1 ( <i>generalised renewal process 1</i> ) . . . . .	239
5.3.2. Le modèle GRP 2 à réduction stochastique d'âge type 2. . . . .	240
5.3.3. Évaluation du nombre espéré de défaillances par simulation de Monte Carlo. . . . .	240
5.3.4. Estimation des paramètres du modèle GRP par la méthode du maximum de vraisemblance . . . . .	241
5.3.5. Les différents modèles généralisés de renouvellement GRP . . . . .	245
5.4. Les modèles particuliers à réduction arithmétique d'âge (ARA) . . . . .	250
5.4.1. Le modèle $ARA_{\infty}$ (modèle équivalent à Kijima 2, et Rexpert) . . . . .	250
5.4.2. Le modèle $ARA_1$ (équivalent au modèle Kijima 1) . . . . .	251
5.4.3. Le modèle $ARA_m$ . . . . .	252
5.5. Les modèles à réduction d'intensité de défaillance ARI. . . . .	253
5.5.1. Le modèle $ARI_{\infty}$ . . . . .	253
5.5.2. Le modèle modèle $ARI_1$ . . . . .	254
5.5.3. Le modèle $ARI_m$ . . . . .	255
5.5.4. Les modèles de réduction géométrique de l'intensité de défaillance. . . . .	256

## Chapitre 9

### Applications industrielles

1. Introduction . . . . .	257
2. Actualisation d'un recueil de données de fiabilité – Application à la banque EIReDA . . . . .	258
2.1. Densité <i>a priori</i> . . . . .	260
2.2. Fonction de vraisemblance . . . . .	261
2.3. Densité gamma <i>a posteriori</i> . . . . .	261
2.4. Calcul logiciel . . . . .	262
3. Détermination d'un taux de défaillance générique pour un compresseur centrifuge. . . . .	264
3.1. Sources disponibles. . . . .	264
3.2. La démarche suivie . . . . .	265
3.3. Application numérique – Paramètres de fiabilité génériques pour des compresseurs centrifuges . . . . .	268
3.3.1. Utilisation des banques de données de fiabilité disponibles. . . . .	268

3.3.2. Détermination de paramètres de fiabilité génériques utilisant une expertise <i>a priori</i> complémentaire, et le retour d'expérience . . . . .	272
4. Optimisation de la maintenance par la fiabilité de pompes à eau (OMF) . . . . .	276
4.1. Difficultés liées au retour d'expérience. . . . .	277
4.2. Le principe de réduction d'âge (ARA) apporté par la maintenance. . . . .	278
4.3. Modélisation de l'expertise <i>a priori</i> des paramètres de la loi de Weibull. . . . .	280
4.4. Modélisation de la fonction de réduction d'âge . . . . .	281
4.5. Application à l'optimisation de la maintenance de pompes alimentaires d'une centrale de production d'énergie. . . . .	281
4.5.1. Programme de base de maintenance préventive des pompes alimentaires . . . . .	282
4.5.2. Retour d'expérience . . . . .	283
4.5.3. Détermination fréquentielle des paramètres de la loi de vieillissement des pompes . . . . .	284
4.5.4. Modèle à réduction d'âge bayésien – Détermination de la loi réelle de vieillissement des étanchéités de pompe et de leur fiabilité intrinsèque . . . . .	290
4.5.5. Conclusion . . . . .	302

### *Chapitre 10*

### **Conclusions – Perspectives**

1. Les difficultés de la démarche probabiliste d'évaluation des risques industriels . . . . .	305
1.1. Une première difficulté : le recueil et la modélisation de l'expertise . . . . .	307
1.2. Une deuxième difficulté : la pondération des sources d'information disponibles . . . . .	307
1.3. Une troisième difficulté : le calcul des paramètres de fiabilité <i>a posteriori</i> . . . . .	308
2. Les axes de recherche actuels. . . . .	308

<b>Bibliographie . . . . .</b>	<b>311</b>
--------------------------------	------------

<b>Annexes . . . . .</b>	<b>315</b>
--------------------------	------------

<b>Glossaire . . . . .</b>	<b>339</b>
----------------------------	------------

<b>Index. . . . .</b>	<b>343</b>
-----------------------	------------





L'analyse probabiliste des risques technologiques et industriels est maintenant bien acceptée par les scientifiques et les autorités réglementaires. Elle est utilisée dans le domaine de la conception, de l'exploitation et de la maintenance des installations industrielles comme les installations à risques Seveso (chimie, pétrochimie, armement, transport...), ou dans les domaines de haute technologie tels le spatial et le nucléaire où, en particulier, la réglementation impose l'élaboration d'un rapport de sûreté dès la conception, et un suivi des résultats de fonctionnement pendant toute la durée d'exploitation et de démantèlement de l'installation.

**Introduction à l'analyse probabiliste des risques industriels** présente très simplement les différentes démarches de l'analyse des risques industriels, leur intérêt, leurs limites, leurs points communs et leur complémentarité. Elle introduit l'analyse séquentielle de risque à partir de l'occurrence d'un événement indésirable aléatoire ainsi que l'analyse plus complexe dépendant d'événements fonction du temps. Les parades possibles dans ce dernier cas sont alors optimisées de façon probabiliste selon différents critères d'intérêt grâce aux méthodes d'aide à la décision.

La principale ambition de ce livre est d'être abordable au néophyte en statistique tout en répondant aux attentes du spécialiste en ce domaine : il part du plus simple pour aller vers le plus compliqué. Il démontre de façon détaillée chacun des sujets abordés et les illustre systématiquement par des exemples. Des applications industrielles concrètes accompagnent enfin l'utilisation pratique des méthodes proposées.

Compte tenu de son approche pédagogique cet ouvrage intéressera les chercheurs, les concepteurs, les exploitants et les universitaires, qu'ils soient des adeptes ou non de l'analyse probabiliste, du retour d'expérience et de l'expertise.

**Henri Procaccia** est directeur de l'*European Safety Reliability and Data Association* (ESReDA), responsable du développement, de la mise en place et de l'analyse du retour d'expérience et de l'expertise à Électricité de France, division R&D. Il enseigne dans plusieurs instituts et universités. Il a publié de nombreux ouvrages dont *Évaluation de la fiabilité prévisionnelle*, *Évaluation et maîtrise du vieillissement industriel* et *Les fondements des approches fréquentielle et bayésienne* chez le même éditeur.

978-2-7430-1100-0



9 782743 011000