Chapitre 1 : Généralités sur le dipôle électrocinétique

On se propose dans ce premier chapitre de dégager la notion de dipôle électrocinétique. Cette notion est évidemment fondamentale dans l'étude du traitement des signaux électriques. L'étude se fera dans le cadre de l'approximation des régimes quasi-stationnaires ou $ARQS$. De quoi s'agit-il ?
Jusqu'à présent, nous avions supposé qu'un générateur électrique délivrait une tension ou un courant qui ne dépendaient que du temps. En réalité, ce générateur délivre toujours une onde de tension associée à une onde de courant. Cette onde se propage dans les câbles électriques à une célérité proche de celle de la lumière dans le milieu. Les grandeurs électriques qui se propagent, dépendent donc non seulement du temps mais aussi de la distance parcourue depuis la source du signal.

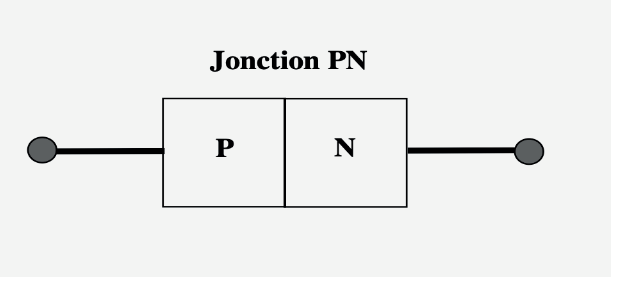
Dans l'$ARQS$, on négligera toujours le phénomène de propagation. Cela revient à dire que la longueur d'onde λ du signal est très grande devant la longueur L du câble utilisé : $\lambda \gg L$. En appelant f la fréquence du signal, il faut alors vérifier la condition suivante : $[\lambda = c/f] \gg L$ soit $f \ll c/L$.
Pour une longueur typique de $1\ mètre$, on obtient : $f \ll 300\ kHz$.

En électronique, on travaille avec des signaux de l'ordre du $kHz \rightarrow 0{,}1MHz$ de sorte qu'on pourra toujours négliger le phénomène de propagation dans les fils. On parlera de ce fait de générateurs basses fréquences, bien qu'elles puissent atteindre $100kHz$! Même à cette fréquence, on notera que l'on a $\lambda = 3km$! Nous aurons l'occasion dans de prochains chapitres de préciser ce concept.

$\boldsymbol{ARQS}$ $[\lambda = c/f] \gg L$ soit : $f \ll c/L$	Le phénomène de propagation est négligeable pour un mètre de câblage si : $f \leq 300kHz$

1 Le dipôle : Définitions et conventions

1.1 Définition



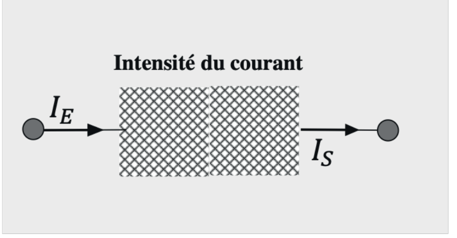
On appelle **dipôle électrocinétique**, tout dispositif relié électriquement à l'extérieur par deux conducteurs et deux seulement. On le modélisera schématiquement par une « boite noire ». Par définition, le dipôle électrocinétique présente donc deux bornes électriques.

Le dipôle n'est pas a priori symétrique, il est donc d'usage dans ce cas de distinguer une borne d'entrée et une borne de sortie. C'est le cas d'une diode à jonction PN constituée par la mise en contact de deux semi-conducteurs dopés différemment, l'un dit dopé P et l'autre dit dopé N .

A l'évidence, borne d'entrée et borne de sortie doivent être différenciées. Ce dipôle est dit dissymétrique. Un condensateur électrochimique, une diode Zener sont également des dipôles dissymétriques.

1.2 Intensité du courant et potentiel électrique

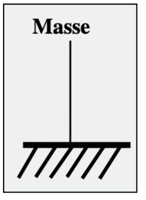
1.2.1 Le courant électrique



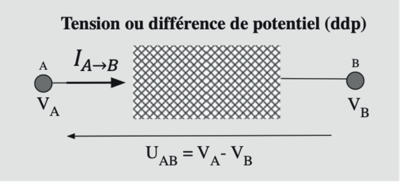
Inséré dans un circuit électrique, le dipôle est parcouru par des charges. Appelons δQ_E, la charge élémentaire qui entre dans le dipôle par sa borne d'entrée. Le courant ou intensité électrique entrante correspond à la charge qui entre par unité de temps soit : $I_E = \delta Q_E/dt$.
Dans l'$ARQS$, le courant qui entre par la borne d'entrée est égal ou courant qui en sort : $I_E = I_S$ .Nous veillerons à bien distinguer une variation de charge dQ d'une charge élémentaire δQ. L'unité de l'intensité électrique est le $C.s^{-1}$ appelé $Ampère$ et noté A. Le courant représente le débit de charges, c'est-à-dire la charge électrique qui traverse le dipôle par unité de temps. On notera que le **sens** choisi est a priori **arbitraire**. Si la charge entrante est négative, le courant sera aussi négatif !

1.2.2 Le potentiel électrique

Dans l'$ARQS$, on peut définir en chaque point du circuit, une grandeur scalaire appelée potentiel électrique. Il représente par rapport à une référence a priori arbitraire appelée **masse** et de potentiel nul, l'énergie par unité de charge en ce point du circuit. Si l'on appelle $V(M)$ le potentiel en un point M du circuit, une charge q circulant dans ce circuit a donc au point M , une énergie potentielle mesurée par rapport à la masse qui a pour expression : $E_p(M) = qV(M)$. Le potentiel électrique s'exprime en $Volts$. La masse ou point de référence est généralement représentée selon le schéma ci-contre.



1.2.3 Différence de potentiel



On considère un dipôle de bornes A et B. On définit conventionnellement une différence de potentiel ou tension entre les points A et B selon la flèche conventionnelle dessinée ci-contre.
Il est à noter que **le sens** du courant est choisi **arbitrairement** sur le dipôle. Nous aurions très bien pu choisir le sens du courant de la droite vers la gauche.

Il est par ailleurs évident que nous aurions dans ce cas : $I_{B\to A} = -\, I_{A\to B}$

1.3 Puissance reçue par un dipôle

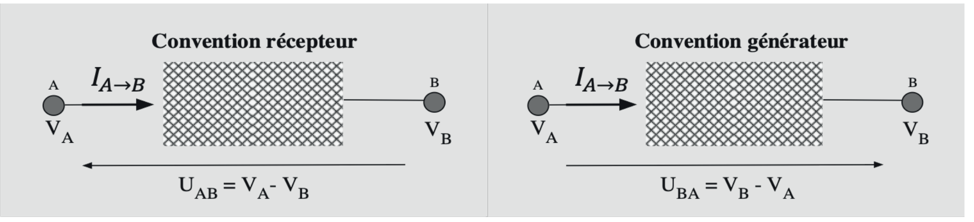
On appelle puissance reçue par un dipôle l'énergie reçue par unité de temps par une charge élémentaire qui traverse le dipôle pendant une durée dt. Il s'agit de la puissance **algébrique** reçue par le dipôle **du reste du circuit.**
Quand une charge $\delta Q_{A\to B}$ traverse le dipôle de A vers B, sa variation d'énergie potentielle électrique vaut : $\delta Q_{A\to B}[V_B - V_A]$. Elle reçoit donc algébriquement l'énergie élémentaire :

$$\delta W = \delta Q_{A\to B}[V_A - V_B] \text{ puisque Travail} = -\text{Variation d'énergie potentielle}$$

La puissance **reçue** par le dipôle **du reste du circuit** vaut donc : $P(t) = [\delta Q_{A\to B}/dt][V_A - V_B]$ soit :

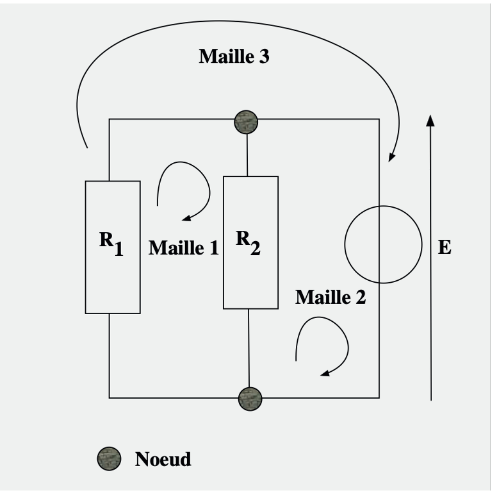
$$P_{Reçue}(t) = I_{A\to B}[V_A - V_B] \Longrightarrow P_{Reçue}(t) = I_{A\to B}U_{AB}$$

La « flèche tension » et le sens arbitraire choisi du courant sont alors opposés, on dit dans ce cas qu'on est en **convention récepteur**. Il est à noter que la puissance fournie par le dipôle à l'extérieur a pour expression : $P_{Fournie}(t) = -P_{Reçue}(t) \Longrightarrow P_{Fournie}\,(t) = I_{A\to B}U_{BA}$.
La « flèche tension » et le courant sont alors dans le même sens. On dit dans ce cas qu'on est en **convention générateur.** Insistons sur le fait que les puissances échangées sont algébriques.



2 Lois de Kirchhoff de l'électrocinétique : lois de nœuds et lois des mailles

2.1 Définitions de base des circuits électroniques



- On appelle **circuit électrique** un ensemble de dipôles liés entre eux par des fils conducteurs de résistance idéalement nulle.
- On appelle **nœud** du circuit, un point de ce circuit lié au reste du circuit à **trois** dipôles au moins.
- On appelle **branche** du circuit, la partie de circuit comprise entre deux nœuds consécutifs.
- On appelle **maille** du circuit, un parcours fermé de branches ne passant qu'une et une seule fois par un nœud donné. Le circuit suivant comprend par exemple trois mailles, deux nœuds et trois branches.

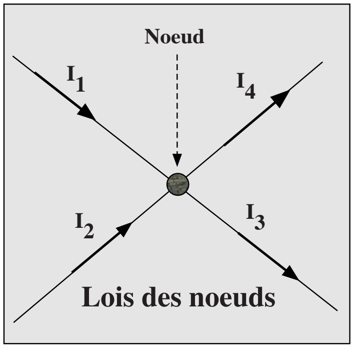
On se placera désormais toujours dans l'$ARQS$.

2.2 Loi des nœuds

La loi des nœuds dans l'$ARQS$ traduit la conservation du débit de charges au niveau d'un nœud, c'est-à-dire le fait qu'il ne peut y avoir accumulation de charges en un nœud du circuit. On a dans la situation du schéma ci-contre et avec les sens arbitrairement choisis des courants :

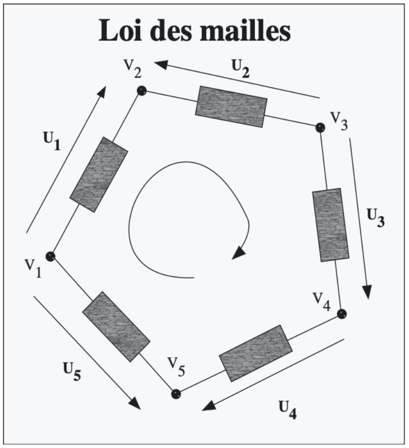
$$I_1 + I_2 = I_3 + I_4 \text{ ou } I_1 + I_2 - I_3 - I_4 = 0$$

De manière générale, la loi des nœuds écrite en un nœud quelconque aura pour expression, avec N branches :



$$\sum_{k=1}^{N} \varepsilon_k I_k = 0 \text{ avec : } \begin{cases} \varepsilon_k = +1 \text{ si le courant "arrive" sur le noeud.} \\ \varepsilon_k = -1 \text{ si le courant "part" du noeud.} \end{cases}$$

2.3 Loi des mailles



Considérons maintenant une maille parcourue dans un sens arbitraire. On a admis l'existence d'un potentiel mesuré par rapport à une référence appelée masse pour chacun des nœuds de la maille.

On a alors trivialement :

$$(V_1 - V_2) + (V_2 - V_3) + (V_3 - V_4) + (V_4 - V_5) + (V_5 - V_1) = 0$$

soit encore :

$$-U_1 + U_2 - U_3 - U_4 + U_5 = 0$$

On peut également écrire :

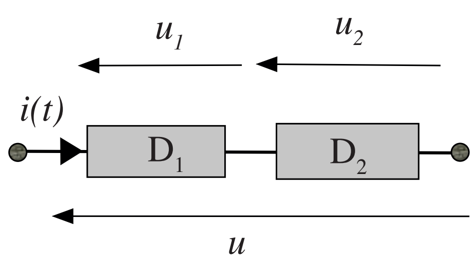
$$U_2 + U_5 = U_3 + U_4 + U_1$$

Les tensions s'ajoutent donc formellement comme les vecteurs qui leur sont associés.

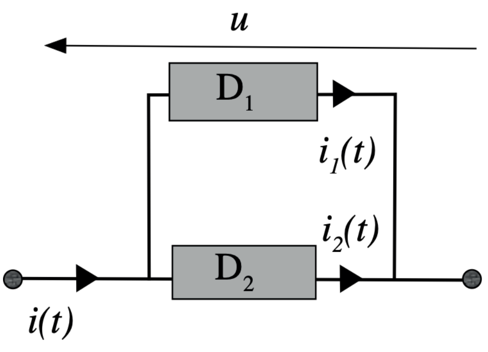
De manière générale et avec un sens arbitraire de parcours, la loi des mailles écrite avec N branches aura pour expression simple :

$$\sum_{k=1}^{N} \eta_k U_k = 0 \text{ avec : } \begin{cases} \eta_k = +1 \text{ si la flèche tension est dans le sens de parcours.} \\ \eta_k = -1 \text{ si la flèche tension est dans le sens opposé au sens de parcours.} \end{cases}$$

2.4 Dipôle en série et dipôle en dérivation



Deux dipôles D_1 et D_2 sont dits en série s'ils se trouvent sur une même branche, entre deux nœuds consécutifs. Ils sont donc parcourus par le même courant. Deux dipôles D_1 et D_2 sont dits en dérivation (ou en parallèle mais le mot est mal choisi !) s'ils se trouvent soumis à la même tension entre deux nœuds consécutifs. Il est à noter que deux dipôles ne peuvent être ni en série, ni en dérivation, l'un avec l'autre.



Nous avons maintenant défini dans les grandes lignes, les concepts et lois de base de l'électrocinétique dans le cadre de l'ARQS.Nous pouvons désormais commencer l'étude de circuits linéaires constitués de résistors et de générateurs linéaires indépendants.
Nous conviendrons d'appeler « circuits purement résistifs » de tels circuits.

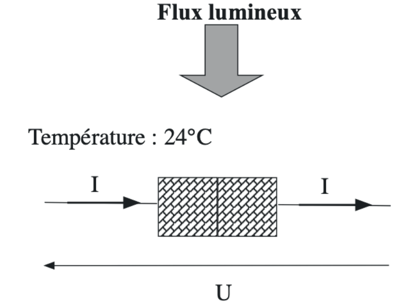
Chapitre 2 : Résolution de circuits linéaires par application des lois et théorèmes de l'électrocinétique

On se propose dans ce deuxième chapitre de dégager la notion de dipôle linéaire et d'apprendre à utiliser les lois et théorèmes de base, pour les circuits linéaires que nous définirons. Dans un premier temps, nous nous intéresserons à la caractéristique d'un dipôle électrocinétique. On ne s'intéresse dans ce chapitre qu'à des **courants constants** dans le temps, souvent et malheureusement appelés courants continus en électrocinétique mais sans aucun rapport avec la notion de continuité en maths.

1 Caractéristique d'un dipôle électrocinétique en régime statique

On convient d'appeler régime statique du dipôle électrocinétique un régime de fonctionnement où courant et tension sont indépendants du temps. Nous les noterons respectivement I et U.

1.1 Caractéristique d'un dipôle



Caractéristique d'un dipôle électrocinétique

On considère dans un premier temps un dipôle AB quelconque et modélisé par une boite noire.

L'expérience montre alors qu'il existe une relation implicite entre le courant I qui traverse le dipôle, la tension U à ses bornes dans une convention qui doit être précisée, ainsi qu'avec d'autres paramètres extérieurs éventuels : flux lumineux ϕ, température T etc...

Cette relation implicite peut toujours s'écrire : $f(U, I, T, \phi) = 0$ où f est une fonction liant implicitement les quatre variables.

Dans de nombreuses situations, le flux lumineux et la température sont fixés, on a donc simplement une relation implicite entre U et I : $g(U, I) = 0$.

On a alors les définitions suivantes pour le dipôle électrocinétique :

- On appelle **caractéristique** du dipôle AB, pour une convention choisie et précisée, la représentation dans le plan $(OU; OI)$ de la fonction implicite $g(U, I) = 0$.

- Pour de nombreux dipôles, on a généralement une relation **explicite** entre U et I . On **appelle caractéristique tension-courant**, la représentation de U en fonction de I : $U(I)$et on appellera bien évidemment **caractéristique courant-tension**, la représentation de I en fonction de U : $I(U)$.

- On appelle **tension en circuit ouvert ou tension à vide et notée** U_0, la tension aux bornes du dipôle quand il ne débite aucun courant : $U_0 = U(I = 0)$.

- On appelle **intensité de court-circuit notée** I_0, l'intensité du courant débitée par le dipôle quand il est court-circuité par un fil : $I_0 = I(U = 0)$.

- Un dipôle est dit passif si sa caractéristique passe par l'origine, il est dit actif dans le cas contraire.

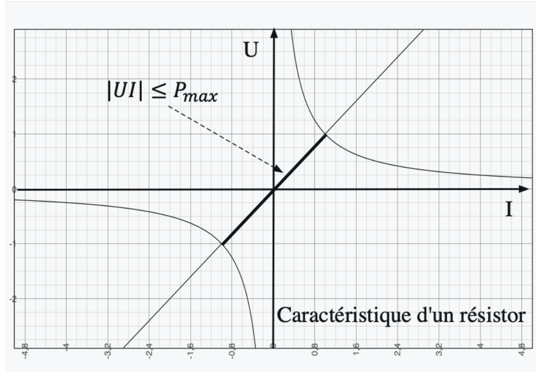
1.2 Exemples de caractéristiques

Considérons maintenant quelques exemples usuels de dipôles passifs ou actifs.

1.2.1 Exemples de dipôles passifs en convention récepteur

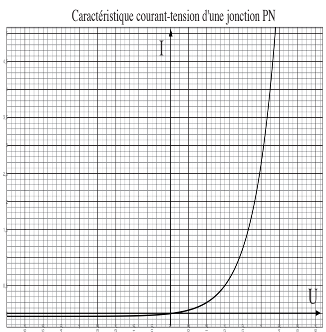
- **Le résistor ou conducteur ohmique**

Il s'agit d'un conducteur ohmique étudié au chapitre 1. Il y a alors proportionnalité entre la tension U appliquée et le courant I qui traverse le résistor et en convention récepteur : $U = RI$ où R est appelée résistance du conducteur. Elle mesure la « résistance » au passage du courant pour une tension donnée. En effet, pour une même tension appliquée, le conducteur dont la résistance est la plus faible sera traversée par le courant le plus élevé.



Dans le cas d'un métal, la résistance croit avec la température. Sachez que ces résistances supportent généralement une puissance maximale P_{max} , de sorte que : $|UI| \leq P_{max}$. La résistance R s'exprime en Ohm (Ω), son inverse appelé conductance noté G s'exprime en Siemens, seule unité d'une entreprise toujours en activité : (S).

- **La diode à jonction PN**



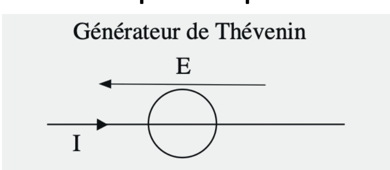
Constituée par la mise en contact de deux semi-conducteurs dopés différemment, c'est un composant de première importance en électronique. Une étude complexe fondée sur l'électrostatique et la physique statistique montre que sa caractéristique est une exponentielle de la forme :

$$I = I_\infty[exp(aU) - 1] \text{ où :}$$

$$\begin{cases} \dfrac{1}{a} = \dfrac{k_B T}{e} \approx 26mV \text{ à température ambiante.} \\ I_\infty \approx 1\mu A \end{cases}$$

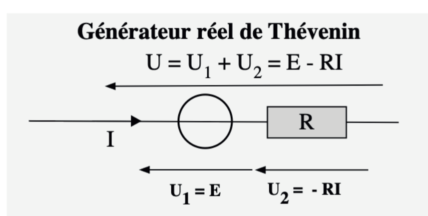
L'ancêtre de la diode ou diode à vite sera ultérieurement traitée.

1.2.2 Exemples de dipôle actif en convention générateur

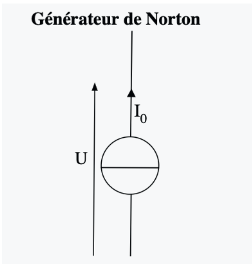


Un dipôle actif est un dipôle qui peut fournir intrinsèquement de l'énergie au reste du circuit. Il en résulte que sa caractéristique ne passe pas par l'origine. La caractéristique peut généralement être linéarisée.

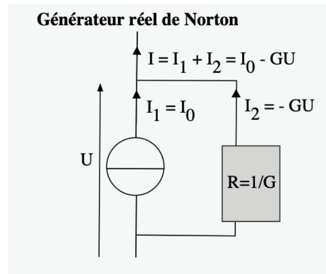
On appelle **générateur de tension idéal** ou générateur idéal de Thévenin, un dipôle dont la tension à ses bornes demeure constante quel que soit le courant débité au reste du circuit. Il est représenté par le schéma ci-dessus. Un générateur réel est modélisé par l'association d'un générateur réel en série avec un résistance R.



Cette résistance $R = 1/G$ est appelée résistance interne du générateur, elle est généralement faible devant les résistances du circuit et elle est nulle pour le générateur idéal. Le générateur est alors appelé **générateur réel de Thévenin.** Il est représenté par le schéma ci-dessus. La grandeur E est appelée force électromotrice du générateur souvent abrégée en fem.



On appelle **générateur de courant idéal** ou générateur idéal de Norton, un dipôle traversé par un courant qui demeure constant quelle que soit la tension à ses bornes. Il est représenté par le schéma ci-contre.



Un générateur réel est modélisé par l'association d'un générateur idéal en dérivation avec une résistance interne R. Cette résistance est très élevée et infinie pour un générateur idéal. Le courant I_0 est appelé courant électromoteur (cem)du générateur de Norton.

1.2.3 Transformation Thévenin-Norton

On notera que la caractéristique d'un générateur de Thévenin est : $U = E - RI$ et celle d'un générateur de Norton est : $I = I_0 - GU$. On peut donc théoriquement passer d'un générateur de Thévenin à un générateur de Norton par les transformations suivantes :

Transformation Thévenin-Norton $\begin{pmatrix} E \\ R \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} I_0 \\ G \end{pmatrix}$	On l'obtient avec : $\begin{cases} I_0 = \dfrac{E}{R} \\ G = 1/R \end{cases}$ La résistance passe alors du « statut » série au « statut » dérivation.
Transformation Norton-Thévenin $\begin{pmatrix} I_0 \\ G \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} E \\ R \end{pmatrix}$	On l'obtient avec : $\begin{cases} E = RI_0 \\ R = 1/G \end{cases}$ La résistance passe alors du « statut » dérivation au « statut » série.

Il convient toutefois d'être prudent en remarquant que ces transformations sont purement formelles. En effet, un « bon » générateur de Thévenin de résistance faible devient par cette transformation un « mauvais » générateur de Norton et il en est de même pour la transformation inverse.

1.3 Définition statique d'un dipôle linéaire

Dans une définition statique, c'est-à-dire indépendante du temps, nous appellerons dipôle linéaire un dipôle dont la caractéristique statique est une droite. Le résistor, les générateurs de Norton et de Thévenin sont de dipôles linéaires.

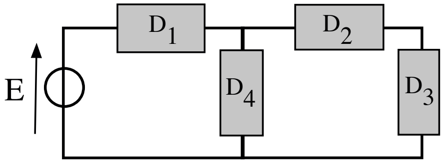
Nous conviendrons d'appeler circuit linéaire « purement résistif » un circuit ne comprenant que des générateurs de Thévenin ou de Norton libres et des résistors.

Dans une définition plus large et en régime non statique, nous appellerons dipôle linéaire un dipôle où U et I sont liés par une équation différentielle linéaire à coefficients constants.

2 Association de dipôles linéaires

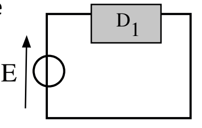
2.1 Dipôle en série et dipôle en dérivation

Deux dipôles D_1 et D_2 sont dits en série s'ils se trouvent sur une même branche, entre deux nœuds consécutifs. Ils sont donc parcourus par le même courant. Deux dipôles D_1 et D_2 sont dits en dérivation (ou en parallèle mais le mot est mal choisi !) s'ils se trouvent soumis à la même tension entre deux nœuds consécutifs. Il est à noter que deux dipôles ne peuvent être ni en série, ni en dérivation, l'un avec l'autre.



Les dipôles D_2 et D_3 sont en série puisque parcourus par le même courant dans une même branche. Il en est de même pour le générateur et D_1. Attention ! Les dipôles D_3 et D_4 ne sont pas en dérivation bien que parallèles (sic !) !

Ils ne sont pas soumis à la même tension puisqu'ils n'ont pas deux nœuds en commun. Les dipôles D_1 et D_4 ne sont ni en série, ni en dérivation En effet, ils n'appartiennent pas à la même branche et ne sont donc pas parcourus par le même courant. Par ailleurs, ils n'ont pas deux nœuds en commun, ne sont pas soumis à la même tension et ne sont donc pas en dérivation. En revanche, si l'on associe les deux dipôles D_2 et D_3 , le dipôle constitué possède deux nœuds en commun avec D_4 . L'association des deux dipôles est donc en dérivation avec D_4 . Il en est de même pour l'association du générateur et de D_1 qui constitue un dipôle en dérivation avec D_4. Dans un montage à une maille divisé en deux dipôles, les deux dipôles sont en série parcouru par un même courant. On ne peut considérer qu'ils sont en dérivation car le circuit ne comprend pas de nœuds et les deux dipôles ne peuvent donc avoir deux nœuds en commun ! Ils sont toutefois soumis à la même tension.



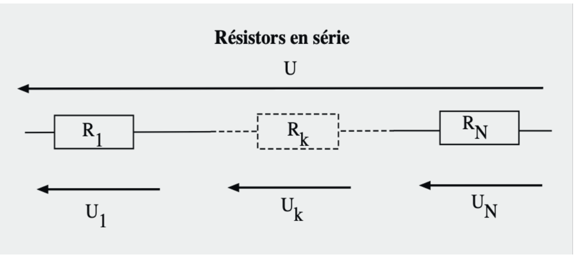
2.2 Association de résistors

2.2.1 Association série de résistor

En utilisant le schéma ci-dessous, correspondant à l'association de N résistors en série et donc parcourus par le même courant, on a trivialement en appliquant la loi des mailles :

$$U = R_{éq} I = \sum_{k=1}^{N} (R_k I) = \left(\sum_{k=1}^{N} R_k \right) I \Longrightarrow R_{éq} = \sum_{k=1}^{N} R_k$$

En série, les résistances des résistors s'ajoutent donc pour obtenir la résistance équivalente.



On obtient in fine, pour des résistors en série :

$$R_{éq} = \sum_{k=1}^{N} R_k$$